BOSWELL-BÈTA

James Boswell Examen
VWO Wiskunde C

Datum:	Voorbeeldexamen 2
Tijd:	3 uur
Aantal opgaven:	6
Aantal vragen:	23
Aantal bijlagen:	0
Totaal aantal punten:	67

- Vermeld **op ieder vel** dat je inlevert je naam.
- Begin iedere opgave op een nieuw vel papier.
- Laat bij iedere vraag door middel van een berekening of motivatie zien hoe het antwoord is verkregen (o.a. bij gebruik van de grafische rekenmachine). Aan een antwoord zonder toelichting worden geen punten toegekend.
- Schrijf goed leesbaar met blauwe of zwarte niet-uitwisbare inkt. Het gebruik van correctievloeistof (zoals tipp-ex) en/of het schrijven met potlood is **niet** toegestaan. Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - Grafische rekenmachine;
  - Tekenmateriaal;
  - Lijst van formules.

Opgave 1: BMI en BSI

Om te bepalen of iemand onder- of overgewicht heeft, wordt vaak gebruik gemaakt van de BMI (Body Mass Index). De formule voor de BMI luidt:

$$B = \frac{m}{l^2}$$

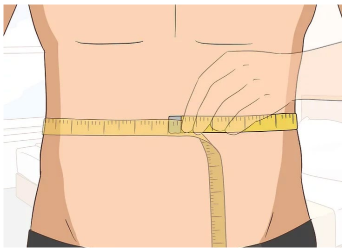
BMI	betekenis
lager dan 18,5	ondergewicht
vanaf 18,5 tot 25	gezond gewicht
vanaf 25 tot 30	overgewicht
30 of hoger	ernstig overgewicht

Hierin is B de BMI, m het gewicht (in kg) en l de lengte (in meters).

Danielle is 170 cm lang en heeft een gezond gewicht, zie de tabel hierboven.

4p **a** Bereken het kleinste en het grootste gewicht dat Danielle kan hebben. Geef je antwoorden in gehele kilogrammen.

Een andere maat die wordt gebruikt om te bepalen of iemand onder- of overgewicht heeft, is de BSI (Body Shape Index).



De formule voor de BSI luidt:

$$S = t \cdot m^{-\frac{2}{3}} \cdot l^{\frac{5}{6}}$$

Hierin is S de BSI, t de taille-omvang (in meters), m het gewicht (in kg) en l de lengte (in meters).

De waarde van je BSI zegt iets over je gezondheidsrisico. In de tabel zie je de richtlijnen voor mannen van 20 jaar oud.

BSI	gezondheids-risico
lager dan 0,074	heel laag
vanaf 0,074 tot 0,076	laag
vanaf 0,076 tot 0,078	gemiddeld
vanaf 0,078 tot 0,080	hoog
0,080 of hoger	heel hoog

Erik is 20 jaar oud. Hij is 1,80 meter lang en weegt 87,5 kg. Zijn taille-omvang is 96 cm.

2p **b** Ga met een berekening na wat het gezondheidsrisico van Erik is (volgens de tabel).

3p **c** Schrijf de formule $S = t \cdot m^{-\frac{2}{3}} \cdot l^{\frac{5}{6}}$ zonder negatieve en gebroken exponenten.

Opgave 2: Braille

Braille is een alfabet dat speciaal voor blinden is ontwikkeld. De tekens worden gevormd door stippen in een 3×2 raster. Iedere stip is voelbaar of niet voelbaar. Hieronder zie je de eerste vijf letters van het braille-alfabet. Een zwarte stip (•) is voelbaar, een open rondje (∘) niet.

● ○	● ○	● ●	● ●	● ○
○ ○	● ○	○ ○	○ ●	○ ●
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
a	b	c	d	e

3p **a** Hoeveel tekens zijn er mogelijk waarin precies één of twee stippen voelbaar zijn?

Een brailleleesregel is een hulpmiddel voor blinden bij het gebruik van computers, tablets en smartphones.

Op een brailleleesregel worden de tekens gevormd door acht stippen in plaats van zes stippen. Het totale aantal tekens dat je met de stippen kunt maken, is hierdoor groter.

3p **b** Hoeveel extra tekens zijn er bij het gebruik van acht stippen (in plaats van zes stippen)? [1)]
Laat het ‘teken’ met geen enkele voelbare stip in de berekening buiten beschouwing.

In 2015 waren er wereldwijd ongeveer 36 miljoen mensen blind.
De totale wereldbevolking bedroeg in 2015 ongeveer $7{,}380$ miljard.

2p **c** Bereken hoeveel procent van de wereldbevolking in 2015 blind was. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Men verwacht dat het aantal blinden wereldwijd in de periode $2015 - 2050$ drie keer zo groot zal worden. De voornaamste redenen voor deze toename zijn bevolkingsgroei en een hogere levensverwachting.

Neem aan dat deze verwachting klopt en dat het aantal blinden in de periode $2015 - 2050$ exponentieel toeneemt.

3p **d** Met hoeveel procent **per jaar** zal het aantal blinden dan toenemen in deze periode? Rond je antwoord af op één decimaal.

[1)] Het gaat hierbij om alle mogelijke tekens (niet alleen de tekens met één of twee voelbare stippen).

Opgave 3: Toets

Amir en Bo zijn leerlingen op een middelbare school. Ze moeten binnenkort allebei een toets maken. Ze hebben een discussie over wat er nodig is om een voldoende te halen. We kunnen deze discussie korter noteren met behulp van de volgende afkortingen:

K: Je kletst in de les.

S: Je stelt vragen.

H: Je maakt je huiswerk.

T: Je haalt een voldoende voor de toets.

Amir beweert het volgende:

$$\neg K \wedge S \wedge H \Rightarrow T$$

Bo is het niet helemaal met Amir eens. Bo beweert:

$$(\neg K \vee S) \wedge H \Rightarrow T$$

2p **a** Leg duidelijk uit welk verschil van mening Amir en Bo hebben.

Een andere leerling is het met Amir eens en concludeert: ‘Als je geen voldoende voor de toets haalt, dan klets je in de les of maak je geen huiswerk of stel je geen vragen’.

3p **b** Schrijf deze conclusie met behulp van de ingevoerde afkortingen en logische symbolen.

De toets bestaat uit tien meerkeuzevragen. Bij iedere vraag staan drie mogelijke antwoorden: A, B en C. Slechts één daarvan is juist.

We doen de volgende aannames over leerlingen die goed zijn voorbereid op de toets:
- De kans dat zo’n leerling bij een vraag het juiste antwoord kiest, is $0{,}8$.
- De kans dat zo’n leerling bij een vraag het ene onjuiste antwoord kiest, is $0{,}1$.
- De kans dat zo’n leerling bij een vraag het andere onjuiste antwoord kiest, is ook $0{,}1$.

Twee leerlingen die beiden goed zijn voorbereid, maken de toets.

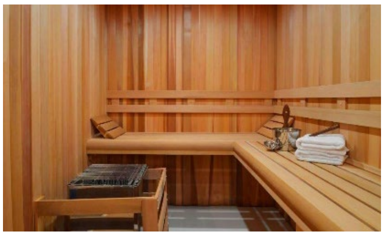
3p **c** De kans dat deze leerlingen bij een willekeurige vraag hetzelfde antwoord geven, is $0{,}66$. Toon dit met een berekening aan.

Na afloop blijkt dat de twee leerlingen bij iedere vraag precies hetzelfde antwoord hebben gegeven. Ze hebben dus dezelfde vragen goed en bij de andere vragen hebben ze hetzelfde foute antwoord gekozen.

De docent vraagt zich af of ze hebben gespiekt. Hij wil weten hoe groot de kans is dat twee goed voorbereide leerlingen die *niet* spieken, *toch* bij alle tien vragen hetzelfde antwoord geven.

2p **d** Bereken deze kans in drie decimalen nauwkeurig.

Opgave 4: Sauna



Om 12.00 uur wordt het verwarmingselement van een sauna aangezet. Vanaf dat moment wordt de sauna opgewarmd.

Tussen 12.00 uur en 12.45 uur neemt de temperatuur in de sauna toe van 20 °C tot 56,3 °C.

Stel dat de temperatuur in de sauna lineair toeneemt.

3p **a** Bereken met lineair interpoleren hoe warm het in de sauna was om 12.10 uur.
Geef je antwoord in °C en rond af op één decimaal.

In werkelijkheid neemt de temperatuur niet linear toe, maar volgens de formule:

$$S = 200 - 180 \cdot 0{,}741^t$$

Hierin is S de temperatuur (in °C) en t de tijd (in uren) met $t = 0$ om 12.00 uur.

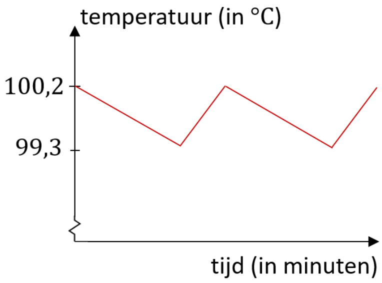
4p **b** Bereken met hoeveel procent de temperatuur toeneemt tussen 13.00 uur en 13.15 uur.
Rond je antwoord af op één decimaal.

Om te bepalen hoelang het duurt voordat de sauna een bepaalde temperatuur bereikt, is het handig om te formule

$$S = 200 - 180 \cdot 0{,}741^t$$

te herleiden zodat t wordt uitgedrukt in S.

5p **c** Druk t uit in S **en** bereken met de herleide formule op welk tijdstip de sauna 100 °C is.
Schrijf je antwoord in de vorm ‘uu.mm’.



Als de temperatuur 100 °C is, stopt het opwarmen en wordt de temperatuur constant gehouden.

In werkelijkheid fluctueert de temperatuur dan nog tussen 100,2 °C en 99,3 °C. Zie de grafiek hiernaast.

Deze grafiek is periodiek.

2p **d** Bereken de evenwichtswaarde en de amplitude van de grafiek.

Opgave 5: Bos

In een bos wordt ieder jaar een vast deel van de bomen gekapt. Daar staat tegenover dat er ieder jaar nieuwe bomen bij worden geplant.

Het aantal bomen B (in het bos) na n jaar wordt beschreven door de recursieve formule:

$$B_n = 0{,}9 \cdot B_{n-1} + 2500 \text{ met } B_0 = 10\,000$$

2p **a** Leg uit wat de praktische betekenis is van de getallen 0,9 en 2500 in deze formule.

Het aantal bomen in het bos neemt toe.

3p **b** Bereken de toename van het aantal bomen gedurende de eerste drie jaar.

Maria is ecoloog. Ze onderzoekt welke plantensoorten er in het bos voorkomen. Voor dit onderzoek verdeelt ze het bos in honderden rechthoekige stukken land, zie de figuur.

Vervolgens neemt ze een aselecte steekproef van een aantal van deze stukken land en bekijkt ze welke plantensoorten erop groeien.

Een bepaalde plantensoort groeit op de helft van alle rechthoekige stukken land in het bos.

3p **c** Stel dat Maria een steekproef neemt van twintig stukken land.
Bereken de kans dat de plantensoort op hoogstens zeven (van de twintig) stukken land groeit. Rond je antwoord af op drie decimalen.

Een andere plantensoort groeit op 5% van alle rechthoekige stukken land in het bos.

4p **d** Onderzoek uit hoeveel stukken land de steekproef dan moet bestaan, zodat de kans dat Maria deze plantensoort op minstens één van de stukken land tegenkomt groter is dan 90%.

Opgave 6: Golfballen

Golfballen moeten aan bepaalde eisen voldoen om te mogen worden gebruikt in professionele wedstrijden.

Eén van die eisen is dat een golfbal maximaal $1{,}62$ ounces mag wegen (1 ounce $\approx 28{,}35$ gram).

Een fabrikant van sportartikelen produceert golfballen. Het gewicht van de golfballen is normaal verdeeld met een gemiddelde van $45{,}5$ gram en een standaard-afwijking van $0{,}15$ gram.

3p **a** Bereken hoeveel procent van de golfballen meer weegt dan is toegestaan. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Een tweede eis waaraan golfballen moeten voldoen, is dat de diameter niet te klein mag zijn.

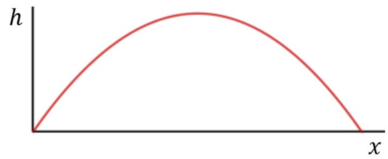
De diameter van de golfballen van de fabrikant is normaal verdeeld met een gemiddelde van $43{,}25$ millimeter en een standaardafwijking van $0{,}25$ millimeter. 1% van de golfballen heeft een kleinere diameter dan is toegestaan.

2p **b** Bereken de diameter die een golfbal minimaal moet hebben. Geef je antwoord in millimeters en rond af op twee decimalen.

Een derde eis waaraan golfballen moeten voldoen, is dat ze niet te ver mogen 'vliegen'.

Om een golfbal in een wedstrijd te mogen gebruiken, mag de horizontale afstand die de golfbal aflegt (bij een bepaalde test) niet groter zijn dan 320 yards (1 yard $\approx 0{,}9144$ meter).

Je ziet een grafiek van de baan van een golfbal. Bij de grafiek hoort de formule:



$$h = -\frac{1}{900}(x - 150)^2 + 25$$

Hierin is h de hoogte en x de horizontale afstand tot de plek waar de golfbal is weggeslagen, beide in meters.

3p **c** Onderzoek of de horizontale afstand die de golfbal aflegt groter is dan 320 yards.

3p **d** Je kunt de formule $h = -\frac{1}{900}(x - 150)^2 + 25$ herleiden tot de vorm $h = ax^2 + bx$. Laat dit zien en geef de waarden van a en b.

EINDE